**Funkcja Lapunowa**

W przedstawionych ćwiczeniach funkcja Lapunowa jest stosowana do badania stabilności układu

1. Co oznacza, że punkt równowagi jest stabilny ? Co oznacza, że punkt równowagi jest stabilny asymptotycznie ?
2. Podstawowe właściwości funkcji Lapunowa

Narysuj funkcję .

Wskaż, dlaczego funkcja jest skalarna, wypukła, nieujemna oraz posiada ciągłą pochodną.

Na otrzymanym wykresie wykreśl kilka przykładowych kierunków zmian funkcji, czyli wektory

1. Orientacja zmian funkcji Lapunowa względem funkcji

Na otrzymanym rysunku dorysuj kilka możliwych położeń funkcji (funkcja skierowana na zewnątrz, do środka, styczna do ). Która z zaobserwowanych sytuacji wskazuje na stabilność układu ?

1. Stabilność w sensie Lapunowa

Niech: (a) będzie punktem równowagi dla układu

(b) będzie funkcją skalarną, wypukłą, nieujemną oraz posiadającą ciągłą pochodną

Jeżeli (1) i dla oraz

(2)

wtedy punkt jest stabilny.

Jeżeli (2) ,

wtedy punkt jest asymptotycznie stabilny

Jeżeli (2) oraz tylko dla ,

wtedy punkt jest asymptotycznie stabilny

Zaproponuj implementację przedstawionych reguł logicznych

1. Układowi

odpowiada funkcji Lapunowa , ponieważ

Z tego wynika, że punkt równowagi jest asymptotycznie stabilny.

Rozwiąż to zadanie za pomocą programu z zadania nr 4. Zaproponuj metodę obliczania funkcji (numeryczną lub symboliczną).

W sprawozdaniu należy opisać:

a) czego dotyczyło laboratorium,

b) przedstawić sposób rozwiązania zadań 1-5,

c) jakie są zalety i wady omawianego zagadnienia.